



higher education & training

Department:
Higher Education and Training
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIENRIGLYN

NASIONALE SERTIFIKAAT

WISKUNDE N3

31 Julie 2024

Hierdie nasienriglyn bestaan uit 13 bladsye.

NASIENLEGENDE	
SIMBOOL	VERDUIDELIKING VAN SIMBOOL
A	Akkuraatheid
M	Metode

VRAAG 1

		<u>NASIENINSTRUKSIES</u>	
1.1	$x^{16} - 30x^8\sqrt{y} + 225y$ $= (x^8 - 15\sqrt{y})(x^8 - 15\sqrt{y}) \text{ of } (x^8 - 15\sqrt{y})^2$	1M vir elke korrekte faktor	(2)
1.2	$\frac{1 - \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{x^2-1}}$ $= \frac{\frac{x+1-1}{x+1}}{\frac{x^2-1+1}{x^2-1}}$ $= \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x^2}{x^2-1}}$ $= \frac{x}{x+1} \times \frac{x^2-1}{x^2}$ $= \frac{x}{x+1} \times \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$ $= \frac{x-1}{x}$ <u>ALTERNATIEWE OPLOSSING</u> $\frac{1 - \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{1}{x^2-1}}$ $= \frac{\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \times (x^2-1)}{\left(1 + \frac{1}{x^2-1}\right) \times (x^2-1)}$ $= \frac{\left(x^2-1 - \frac{x^2-1}{x+1}\right)}{(x^2-1+1)}$ $= \frac{x^2-1 - (x-1)}{x^2}$	1 M vir die omskakeling van elke breuk na ekwivalente breuk 2 M wat kwosiëntreël toepas 1 M vir die faktoriserings van tweede breuk 1 M vereenvoudigende breuk 1 M vir die vermenigvuldiging van die teller en 1M vir die vermenigvuldiging van die noemer met KGN 1 M vir die vereenvoudiging van die teller en 1M vir die vereenvoudiging van die noemer	

$= \frac{x^2 - x}{x^2}$ $= \frac{x(x - 1)}{x^2} \quad \checkmark$ $= \frac{x - 1}{x} \quad \checkmark$		1M vir faktorisering van die teller 1 M vir vereenvoudigde Antwoord	(6)
--	--	--	-----

1.3	$x^2 = -3x + 10$ $\therefore x^2 + 3x = 10 \checkmark$ $\therefore x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 10 + \frac{9}{4} \quad \checkmark$ $\therefore \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{40 + 9}{4}$ $\therefore \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \quad \checkmark$ $\therefore x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$ $\therefore x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2} \quad \checkmark$ $\therefore x = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2} \quad \text{of} \quad x = -\frac{3}{2} - \frac{7}{2}$ $\therefore x = \frac{4}{2} \quad \text{of} \quad x = -\frac{10}{2}$ $\therefore x = 2 \checkmark \quad \text{of} \quad x = -5 \checkmark$	<u>ALTERNATIEWE OPLOSSING</u> $x^2 = -3x + 10$ $x^2 + 3x - 10 = 0 \quad \checkmark$ $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 10 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 0 \quad \checkmark$ $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 10 - \frac{9}{4} = 0$ $x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}} \quad \checkmark$ $x = \pm \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \quad \checkmark$ $x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \quad \text{or} \quad x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2}$ $x = 2 \checkmark \quad \quad \quad x = -5 \checkmark$	1 M vir die herrangskikking van die terme 1M vir die voltooiing van die vierkant 1M vir die vereenvoudiging van beide kante van die vergelyking 1M om die vierkantswortel aan beide kante van die vergelyking te vind 1 M vir elke korrekte waarde van x	(6)
-----	---	--	--	-----

1.4	$f(x) = x^3 + px^2 - x + 3$ $R = f(2) = (2)^3 + p(2)^2 - 2 + 3 \quad \checkmark$ $\quad \quad \quad = 8 + 4p + 1$ $\therefore 4p + 9 = 15$ $\therefore 4p = 6 \quad \checkmark$ $\therefore p = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \checkmark$	1 M wat die waarde van x bepaal 1M vervanging 1M vereenvoudig 1M antwoord	(4)
			[18]

VRAAG 2

		NASIENINSTRUKSIES	
2.1	$\frac{\sqrt[4]{x^2 - 2xy + y^2} \times (x^2 - y^2)^{\frac{3}{5}}}{\sqrt[10]{(x - y)} \times \sqrt[5]{(x + y)^{-2}}}$ $= \frac{\sqrt[4]{(x - y)(x - y)} \times (x^2 - y^2)^{\frac{3}{5}}}{\sqrt[10]{(x - y)} \times (x + y)^{-\frac{2}{5}}}$ $= \frac{(x - y)^{\frac{1}{2}} \times (x - y)^{\frac{3}{5}} (x + y)^{\frac{3}{5}}}{(x - y)^{\frac{1}{10}} \times (x + y)^{-\frac{2}{5}}}$ $= (x - y)^{\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10}} \times (x + y)^{\frac{3}{5} + \frac{2}{5}}$ $= (x - y)^{\frac{10}{10}} (x + y)^{\frac{5}{5}}$ $= (x - y)(x + y)$	1M elk om die faktore in die teller en noemer tot sy eenvoudigste vorm te skryf deur faktorisering en wortelwette toe te pas 1 M vir elke korrekte antwoord	(6)
2.2	$\log_3 x + 2 = \frac{\log 27}{\log x}$ $\log_3 x + 2 = \frac{3 \log 3}{\log x}$ $\log_3 x + 2 = 3 \frac{\log_3 3}{\log_3 10} \times \frac{1}{\frac{\log_3 x}{\log_3 10}}$ $\therefore \log_3 x + 2 = \frac{3}{\log_3 10} \times \frac{\log_3 10}{\log_3 x}$ $\therefore \log_3 x + 2 = \frac{3}{\log_3 x}$ $(\log_3 x)^2 + 2 \log_3 x = 3$ $(\log_3 x)^2 + 2 \log_3 x - 3 = 0$ $(\log_3 x + 3)(\log_3 x - 1) = 0$ $\log_3 x = -3 \text{ of } \log_3 x = 1$ $\therefore x = 3^{-3} \text{ of } \therefore x = 3$ $x = \frac{1}{27} \text{ or } x = 3$	1 M vir die toepassing van die logreëls deur die getal as 'n mag van die basis te skryf ½ M om die basis na 3 in die teller en noemer te verander ½ M vir kruisvermenigvuldiging 1M vir die vereenvoudiging van RK 1 M om dit as 'n kwadratiese drieterm te skryf 1 M elk vir die opstel van logaritmiese vergelykings 1 M vir elke oplossing	

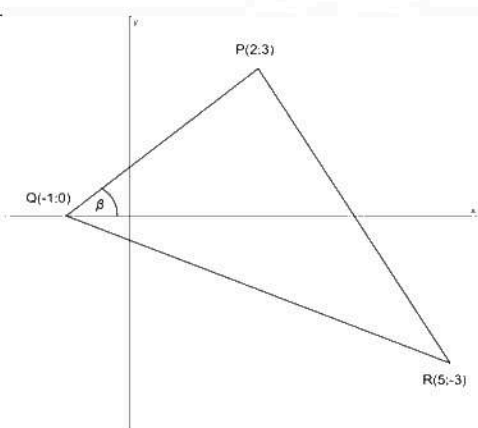
	<u>ALTERNATIEWE OPLOSSING</u> $\log_3 x + 2 = \frac{\log 27}{\log x}$ $\frac{\log x}{\log 3} + 2 = \frac{\log 3^3}{\log x}$ $\checkmark \frac{\log x}{\log 3} + 2 = \frac{3 \log 3}{\log x} \quad \checkmark$ $(\log x)^2 + 2 \log 3 \log x = 3(\log 3)^2 \quad \checkmark$ $(\log x)^2 + 2 \log 3 \log x - 3(\log 3)^2 = 0 \quad \checkmark$ $(\log x + 3 \log 3)(\log x - \log 3) = 0$ $\therefore \log x = -3 \log 3 \quad \checkmark \text{ of } \log x = \log 3 \quad \checkmark$ $\therefore \log x = \log 3^{-3} \text{ of } \therefore x = 3$ $x = \frac{1}{27} \quad \checkmark \quad \text{of} \quad x = 3 \quad \checkmark$	1 M vir die toepassing van die logreëls deur die getal as 'n mag van die basis te skryf 1 M vir die verandering van die basis na 10 in die teller en die noemer aan die LK 1 M elk om breuke te vereenvoudig deur met die KGN te vermenigvuldig 1 M om dit as 'n kwadratiese drieterm te skryf 1 M elk vir die opstel van logaritmiese vergelykings 1 M vir elke oplossing	
		(8)	[14]

VRAAG 3

			<u>NASIEN- INSTRUKSIES</u>	
3.1	 $l \times b = 5 \quad \checkmark \quad (1)$ $2(l + b) = 9$ $2l + 2b = 9 \quad \checkmark \quad (2)$ Van (2): $2l = 9 - 2b$ $\therefore l = \frac{9-2b}{2} \quad (3)$ Van (1) en (3): $\frac{9-2b}{2} \times b = 5 \quad \checkmark$ $\therefore 9b - 2b^2 = 10$ $\therefore 2b^2 - 9b + 10 = 0 \quad \checkmark$ $\therefore (2b - 5)(b - 2) = 0 \quad \checkmark$ $\therefore 2b = 5 \quad \text{of} \quad b = 2 \quad \checkmark$ Uit (3): As $b = 2$ dan $l = \frac{9-2(2)}{2}$ $= \frac{9-4}{2}$ $= \frac{5}{2}$ $= 2,5 \quad \checkmark$	<u>ALTERNATIEWE OPLOSSING</u> $l \times b = 5 \quad \checkmark (1)$ $2(l + b) = 9$ $\therefore 2l + 2b = 9 \quad \checkmark (2)$ Van (1): $l = \frac{5}{b} (3) \quad \checkmark$ Van (2) en (3): $2\left(\frac{5}{b}\right) + 2b = 9$ $\therefore \frac{10}{b} + 2b = 9$ $\therefore 10 + 2b^2 = 9b$ $\therefore 2b^2 - 9b + 10 = 0 \quad \checkmark$ $\therefore (2b - 5)(b - 2) = 0 \quad \checkmark$ $\therefore 2b = 5 \quad \text{of} \quad b = 2 \quad \checkmark$ Uit (3): indien $b = 2$ dan $l = \frac{5}{2}$ $\therefore l = 2,5 \quad \checkmark$	1 M oppervlakte- formule 1 M omtrekformule 1M om een van die veranderlikes die onderwerp van die formule te maak 1 M vind vergelyking deur die formule te manipuleer 1 M faktorisering 2 M vir antwoorde Onthou die lengte moet langer as die breedte wees, dws die lengte $\neq 2$ as die breedte = 2,5 is	(7)

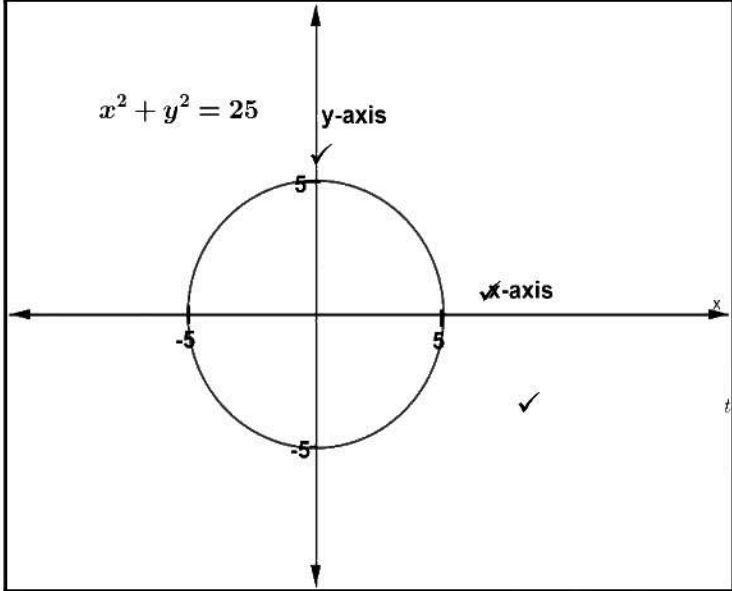
3.2	$a = 5e^{\frac{5}{x}}$ $\frac{a}{5} = e^{\frac{5}{x}} \quad \checkmark$ $\ln \frac{a}{5} = \ln e^{\frac{5}{x}} \quad \checkmark$ $\ln \frac{a}{5} = \frac{5}{x} \ln e \quad \checkmark$ $\ln \frac{a}{5} = \frac{5}{x} (1) \quad \checkmark$ $x \ln \frac{a}{5} = 5$ $x = \frac{5}{\ln \frac{a}{5}} \quad \checkmark \text{ or } x = \frac{5}{\ln a - \ln 5}$	ALTERNATIEWE OPLOSSING <u>1</u> $a = 5e^{\frac{5}{x}}$ $\frac{a}{5} = e^{\frac{5}{x}} \quad \checkmark$ $\log \frac{a}{5} = \log e^{\frac{5}{x}} \quad \checkmark$ $\log \frac{a}{5} = \frac{5}{x} \log e \quad \checkmark$ $x \log \frac{a}{5} = 5 \log e \quad \checkmark$ $x = \frac{5 \log e}{\log \frac{a}{5}} \quad \checkmark \text{ or } x = \frac{5}{\log a - \log 5}$	1 M isoleer e 1 M wat logreëls toepas 2 M vereenvoudiging 1 M vir antwoord Die studente moet volpunte kry as hulle $\ln \left(\frac{a}{5}\right)$ as $\ln a - \ln 5$ geskryf het, Of $\log \left(\frac{a}{5}\right)$ as $\log a - \log 5$ Dieselfde met $\frac{a}{5} = e^{\frac{5}{x}}$ Alternatiewelik is dit steeds korrek om die eksponensiële vorm na logaritmiese vorm om te skakel: $\log_e \frac{a}{5} = \frac{5}{x}$ Volpunte moet toegeken word indien dit korrek omgeskakel is.	(5)
				[12]

VRAAG 4

		NASIENINSTRUKSIES	
4.1	 Middelpunt PR $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$ $= \left(\frac{2+5}{2}; \frac{3-3}{2} \right) \checkmark$ $= \left(\frac{7}{2}; 0 \right) \checkmark$	1M SF (vervang die korrekte formule) 1M antwoord	(2)

4.2	$M_{PR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $= \frac{-3 - 3}{5 - 2} \quad \checkmark$ $= \frac{-6}{3}$ $= -2 \quad \checkmark$	1M SF 1M antwoord	(2)
4.3	$M_{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $= \frac{0 - 3}{-1 - 2} \quad \checkmark$ $= \frac{-3}{-3}$ $= 1 \quad \checkmark$ $\therefore \beta = \tan^{-1}(1) \quad \checkmark$ $= 45^\circ \quad \checkmark$	1M SF 1M vir gradiënt 1M CA (opvolg vanaf gradiënt) 1M antwoord	(4)
4.4	$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $PQ = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (0 - 3)^2} \quad \checkmark$ $= \sqrt{9 + 9}$ $= \sqrt{18} \quad \checkmark$ $= 3\sqrt{2} \quad \checkmark$	1M SF 1M antwoord 1M vir antwoord in eenvoudigste wortelvorm	(3)
4.5	$M_{QR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $= \frac{-3 - 0}{5 + 1}$ $= \frac{-3}{6}$ $= -\frac{1}{2} \quad \checkmark$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\text{Maar } M_{QR} \times M = -1 \text{ (lyne is loodreg)} \quad \checkmark$ $\therefore -\frac{1}{2} \times m = -1$ $\therefore m = 2 \quad \checkmark$ $\therefore y - 3 = 2(x - 2) \quad \checkmark$ $\therefore y - 3 = 2x - 4$ $\therefore y = 2x - 1 \quad \checkmark$	1 M SF 1 M antwoord 1M CA (opvolg vanaf gradiënt) 1SF 1 M antwoord	(5)
4.6	$x = -1 \quad \checkmark$	1 M antwoord	(1)

VRAAG 5

		NASIENINSTRUKSIES	
5.1	$x^2 = (5 - y)(5 + y)$ $\therefore x^2 = 25 - y^2$ $\therefore x^2 + y^2 = 25$ $\therefore r = 5$ 	1 M vir x-afsnit 1M vir y-afsnit 1 M vir vorm Dit moet 'n sirkel wees (nie 'n ellips nie) Dit moet in al 4 kwadrante geteken word Dit moet x- en y-afsnitte hê by (5;0), (-5;0), (0;-5) en (0;5) Die punte kan slegs toegeken word as die vorm korrek is	(3)
5.2	$y = ax^3$ $\therefore 4 = a(-2)^3 \quad \checkmark$ $\therefore 4 = -8a$ $\therefore a = -\frac{4}{8}$ $\therefore a = -\frac{1}{2}$ $\therefore y = -\frac{1}{2}x^3 \quad \checkmark$	1M SF 1M antwoord	(2)
5.3.1	$x^2 + y^2 = r^2$ As $y - 3x + 6 = 0$, dan $y = 3x - 6 \quad \checkmark$ $\therefore r = 6$ $\therefore x^2 + y^2 = 36 \quad \checkmark$	1M berekening r 1M SF	(2)
5.3.2	$y = 3x - 6$ Vir x-afsnit, laat $y = 0$ $\therefore 3x - 6 = 0$ $\therefore 3x = 6$ $\therefore x = 2$ $\therefore$ Koördinate van A is (2; 0) $\checkmark$	1M antwoord	(1)

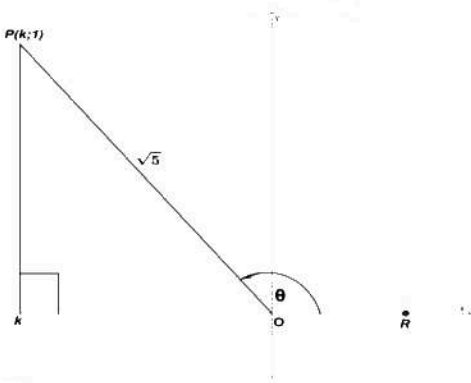
	$y = 3\sqrt{x} + \frac{4}{3x^2}$ $\therefore y = 3x^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3}x^{-2}$ $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3x^{-\frac{1}{2}}}{2} - \frac{8}{3}x^{-3}$ $= \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{8}{3x^3}$	$\frac{1}{2}$ vir elke term deur die radikale na breukeksponentvorm om te skakel 1 punt om elke term te onderskei deur die magsreël te gebruik $\frac{1}{2}$ vir elke afgeleide in radikale vorm	(4)
5.5	$f(x) = -6x^2$ $\therefore f(x+h) = -6(x+h)^2$ $= -6(x^2 + 2xh + h^2)$ $= -6x^2 - 12xh - 6h^2 \quad \checkmark$ $\therefore f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-6x^2 - 12xh - 6h^2 + 6x^2}{h} \quad \checkmark$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-12xh - 6h^2}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-12x - 6h)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (-12x - 6h) \quad \checkmark$ $= -12x \quad \checkmark$	1M vir vervang (x+h) vir x en vereenvoudig korrek 1M SF 1M vereenvoudig deur h te kanselleer 1M antwoord	(4)

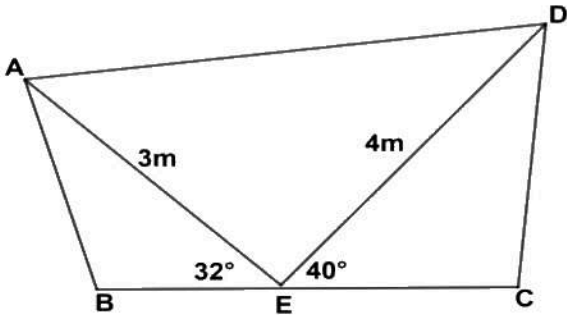
5.6	$f(x) = 6x^2 + x^3$ $f'(x) = 12x + 3x^2 \quad \checkmark$ Vir die keerpunte, $f'(x) = 0$ $\therefore 12x + 3x^2 = 0 \quad \checkmark$ $\therefore 3x(4 + x) = 0$ $\therefore 3x = 0 \quad \text{or} \quad 4 + x = 0$ $x = 0 \quad \quad x = -4 \quad \checkmark$ As $x = -4$ dan $f(x) = 6(-4)^2 + (-4)^3$ $\quad \quad \quad = 96 - 64$ $\quad \quad \quad = 32 \quad \checkmark$ Koördinate van B is $(-4; 32)$	1M vir afgeleide 1M vir die gelykstelling van afgeleide aan nul 1M vir die bepaling van die x -waarde van die TP 1M vir die bepaling van die y -waarde van die TP	(4)
			[20]

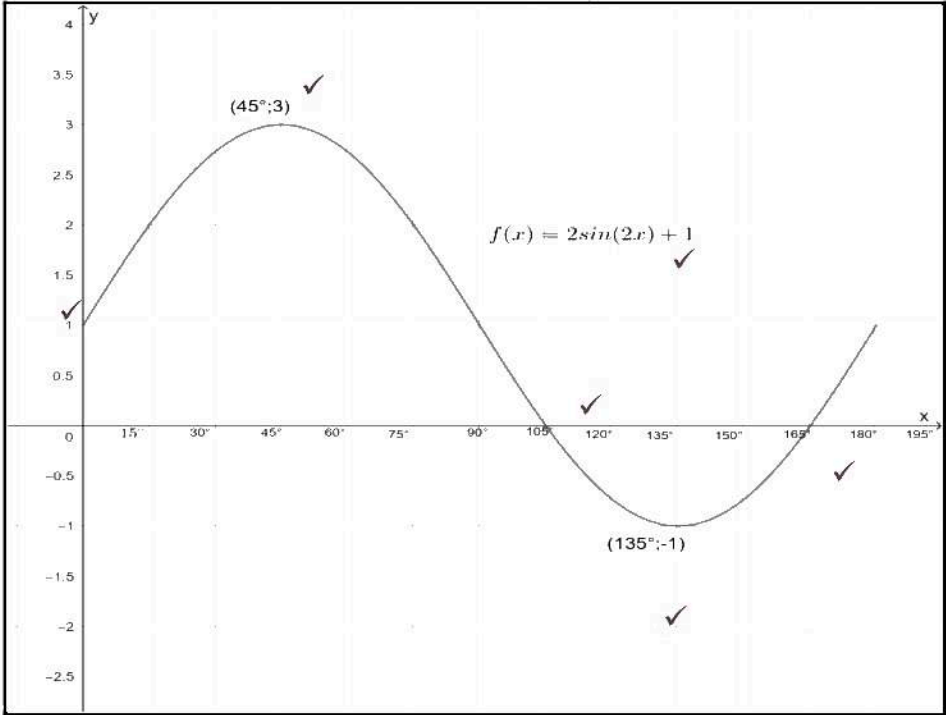
VRAAG 6

			INSTRUKSIES	
6.1	$(\sec x - \tan x)^2 = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$ LK = $(\sec x - \tan x)^2$ $= \sec^2 x - 2\sec x \tan x + \tan^2 x \quad \checkmark$ $= \frac{1}{\cos^2 x} - 2 \times \frac{1}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \quad \checkmark$ $= \frac{1 - 2\sin x + \sin^2 x}{\cos^2 x} \quad \checkmark$ $= \frac{1 - 2\sin x + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} \quad \checkmark$ $= \frac{(1 - \sin x)(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} \quad \checkmark$ $= \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} \quad \checkmark$ $= RK$	ALTERNATIEWE OPLOSSING 1 $(\sec x - \tan x)^2 = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$ LK = $(\sec x - \tan x)^2$ $= \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \right)^2 \quad \checkmark$ $= \left(\frac{1 - \sin x}{\cos x} \right)^2 \quad \checkmark$ $= \frac{(1 - \sin x)^2}{\cos^2 x} \quad \checkmark$ $= \frac{(1 - \sin x)(1 - \sin x)}{1 - \sin^2 x} \quad \checkmark$ $= \frac{(1 - \sin x)(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} \quad \checkmark$ $= \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} \quad \checkmark$ $= RK$	1M vereenvoudiging 1 M vir die toepassing van die kwosiënt-identiteit in teller en in noemer 1M vir omskakeling na ekwi-valente breuk deur die KGN te bepaal 1M vir die toepassing van die vierkantige identiteit (skryf $\cos^2 x$ as $(1 - \sin^2 x)$) 1M faktorisering 1M aftrekki	

	ALTERNATIEWE OPLOSSING 2 $RK = \frac{1-\sin x}{1+\sin x}$ $= \frac{(1-\sin x)}{(1+\sin x)} \times \frac{(1-\sin x)}{(1-\sin x)} \quad \checkmark$ $= \frac{1-2\sin x + \sin^2 x}{1-\sin^2 x} \quad \checkmark$ $= \frac{1}{\cos^2 x} - 2 \times \frac{1}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \quad \checkmark$ $= \sec^2 x - 2\sec x \tan x + \tan^2 x \quad \checkmark$ $= (\sec x - \tan x)^2 \quad \checkmark$ $= LK$		1M vermenigvuldig teller en noemer met (1-sinx) 2M vereenvoudig-1M vir noemer en 1M vir teller 1M wat vierkantige identiteite toepas 1M vereenvoudig 1M aftrekking	(6)
--	---	--	--	-----

6.2				
6.2.1	$k^2 + 1^2 = (\sqrt{5})^2$ $\therefore k^2 + 1 = 5$ $\therefore k^2 = 4 \quad \checkmark$ $\therefore k = -2$	Alternatiewe oplossing $x^2 + y^2 = r^2$ $\therefore k^2 + 1^2 = (\sqrt{5})^2$ $\therefore k^2 + 1 = 5$ $\therefore k^2 = 4$ $\therefore k = -2$	1M antwoord	(1)
6.2.2	$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{-2} \quad \checkmark$		1M CA vanaf 6.2.1	(1)
6.2.3	$\cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta \quad \checkmark$ $= -\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ $= \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \checkmark$		1M GR vanaf 6.2.1 toepassing van reduksie-identiteite 1M antwoord	

6.3	 In $\triangle AED$, $\widehat{AED} = 108^\circ$ ✓ (BEC is a reghoek) $\therefore AD^2 = AE^2 + DE^2 - 2(AE)(DE) \cos \widehat{AED}$ $= (3)^2 + (4)^2 - 2(3)(4) \cos 108^\circ$ ✓ $= 9 + 16 - 24 \cos 108^\circ$ $\therefore AD^2 = 32,416$ ✓ $\therefore AD = 5,694 \text{ m}$ ✓	1M bepaling van 'n hoek op 'n reguit lyn 1M SF 1/2 M vierkantswortel 1/2 M antwoord	(3)
-----	---	--	-----

6.4	 $f(x) = 2\sin(2x) + 1$ ✓	1M=(45° ; 3) 1M=(135° ; -1) 1 M=(165° ; 0) 1 M=(105° ; 0) 1M= (0° ; 1) 1M =vorm Penaliseer met 1/2 punt as die domein groter as 180° is	(6) [19]
-----	---	---	-------------

TOTAAL:

100