



eduresourcza.com

EKSAMEN NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT	
GRAAD	12
DATUM	JUNIE 2024
VAK	WISKUNDE
VRAESTEL	2
PUNTE TOTAAL	150
TYDSDUUR (URE)	3
AANTAL BLADSYE	26



VRAAG 1

Om bloedskenking te bevorder is 'n bloedskenkersentrum by 'n winkelsentrum gevestig. Die tabel hieronder verskaf die daaglikse telling van bloedeenhede wat in TIEN dae deur die mense by die winkelsentrum geskenk is.

Dae	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Eenhede bloed	45	59	65	73	79	85	91	99	101	110

- 1.1.1 Bereken die gemiddelde van die eenhede bloed wat per dag oor die tydperk van 10 dae geskenk is. (2)

- 1.1.2 Bepaal die standaardafwyking van die data. (2)

- 1.1.3 Hoeveel dae was die aantal eenhede bloed wat by die winkelsentrum geskenk is buite een standaardafwyking van die gemiddelde? (3)



- 1.2.1 Teken 'n mond- en snordigram om die aantal eenhede bloed voor te stel wat deur mense by die winkelsentrum geskenk is. (3)

- 1.2.2 Beskryf die skeefheid van die data. Motiveer jou antwoord. (2)

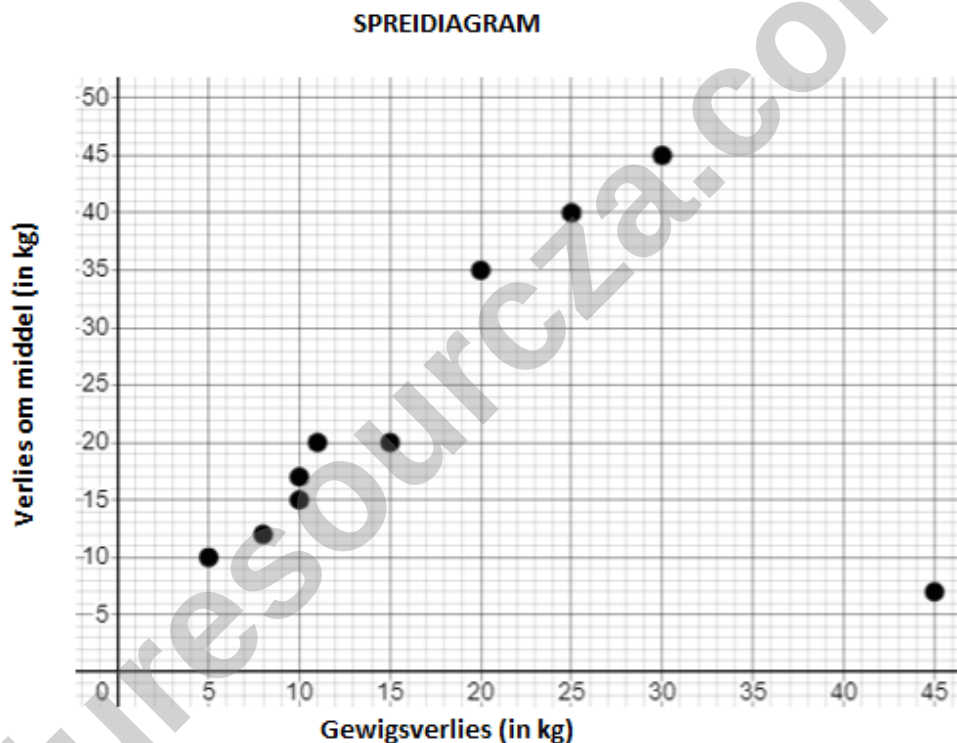
[12]

VRAAG 2

Die tabel hieronder verteenwoordig die gewigsverlies en middellyfverlies van 10 deelnemers wat aan 'n gewigsverlieskompetisie deelgeneem het.

Gewigsverlies (in kg)	5	10	45	8	10	15	25	30	11	20
Verlies om middel (in kg)	10	15	7	12	17	20	40	45	20	35

'n Spreidiagram van bogenoemde resultate word hieronder getoon.



2.1 Identifiseer 'n uitskieter in die bostaande data.

(1)

2.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrates-regressielyn vir die data.

(2)



- 2.3 Indien 'n deelnemer in dieselfde tyd 21,2 kg verloor het. Voorspel die middellyfverlies van hierdie deelnemer, korrek tot twee desimale plekke. (2)

- 2.4 Trek die kleinste vierkantige regressielyn op die spreidingsdiagram hierbo verskaf. (3)

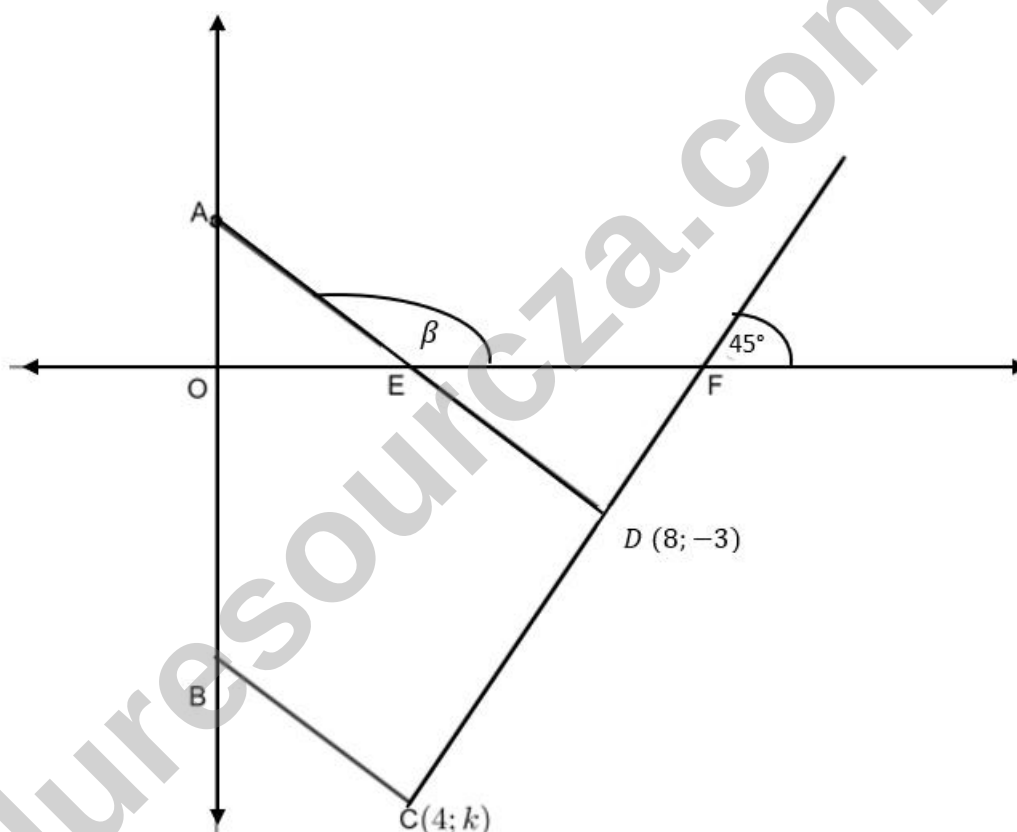
[8]

eduresourcza.com

VRAAG 3

In die diagram hieronder:

- AD is 'n reguitlyn met die vergelyking $y = -\frac{3}{4}x + 3$.
- E en A is die x – en y –afsnitte respektiewelik van AD .
- Die inklinasiehoek van AD is β .
- Vanaf $C(4; k)$ word 'n lyn, ewewydig aan AD word getrek, wat die y –as by B sny.
- Lyn CD word getrek deur $D(8; -3)$ en sny die x -as by F .
- Die inklinasiehoek van CD is 45° .



3.1 Bepaal die koördinate van A en E .

(4)



3.2 Toon dat $k = -7$.

(3)

3.3 Bepaal die vergelyking van BC.

(3)

3.4 Bepaal of $\triangle DEF$ reghoekig is. Wys al jou berekeninge.

(4)



3.5 Bereken die oppervlakte van $\triangle DEF$.

(5)

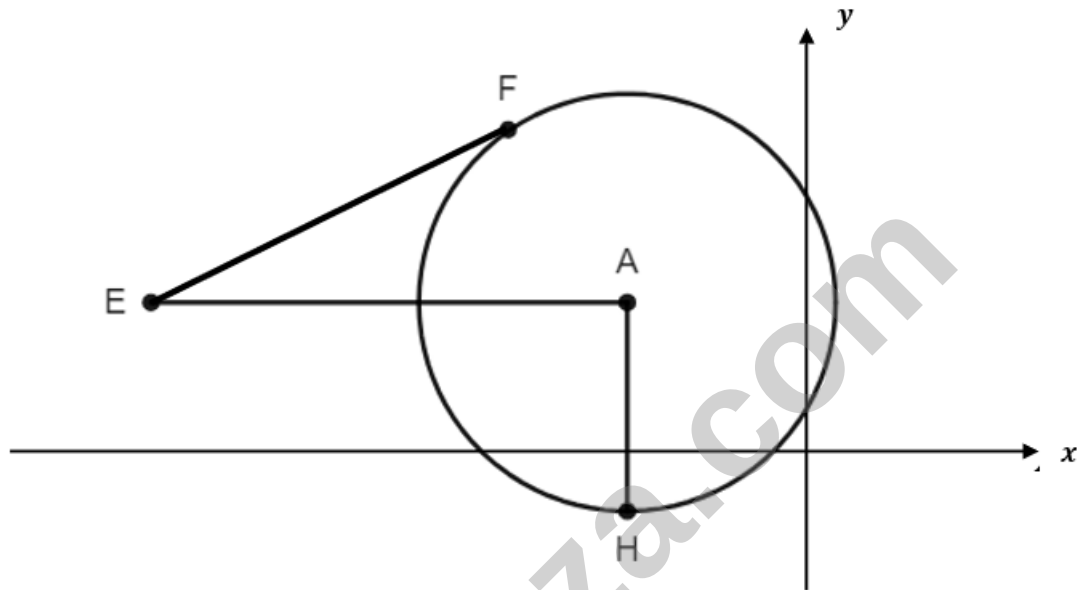
3.6 Laat G 'n punt in die vierde kwadrant wees sodat CEDG 'n parallelogram vorm. Bereken die koördinate van G.

(4)

[23]

VRAAG 4

In die diagram word sirkel met middelpunt A en vergelyking $x^2 + y^2 + 12x - 10y = -12$ gegee. AE is ewewydig aan die x -as en AH is loodreg op die x -as. EF is 'n raaklyn aan die sirkel sodat $EF = \sqrt{95}$.



- 4.1 Bepaal die koördinate van A en die radius van die sirkel. (5)

- 4.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by punt H. (1)

- 4.3 Bepaal die koördinate van E. (3)



4.4 Bereken die grootte van $\hat{F}EA$.

(2)

4.5 'n Sirkel met middelpunt B en met die vergelyking $(x + 10)^2 + (y - 5)^2 = k$, raak intern aan sirkel A. Bereken die waarde van k .

(2)

4.6 Sirkel A word om die x -as gereflekteer en 2 eenhede na regs transleer om 'n nuwe sirkel met middelpunt P te vorm. Skryf die vergelyking van sirkel P neer.

(2)

[15]



VRAAG 5

5.1 Indien $17 \cos \theta = -8$ en $0^\circ < \theta < 180^\circ$, bereken, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

5.1.1 $\tan (360^\circ - \theta)$. (3)

5.1.2 $\sin 2\theta$. (3)

5.1.3 $\sin(810^\circ - \theta)$. (3)



- 5.2 Druk die volgende uit as 'n enkele trigonometriese verhouding. **Die gebruik van 'n sakrekenaar is nie toegelaat nie.**

$$\frac{2}{\sin(30^\circ + x) \cos x - \cos(30^\circ + x) \sin x} \times \frac{\sin(138^\circ) \cdot \sin(48^\circ)}{1 - 2 \sin^2 318^\circ} \quad (7)$$

- 5.3 Gegee:

$$\frac{2 \sin 2x - \cos^2 x - \sin^2 x + \cos 2x}{2 \cos x - \sin x} = 2 \sin x$$

- 5.3.1 Vir watter waarde(s) van x is die identiteit ongedefinieerd? (4)



5.3.2 Bewys die identiteit volledig.

(5)

5.3.3 Vervolgens, of andersins, bepaal die waarde(s) van x sodanig dat

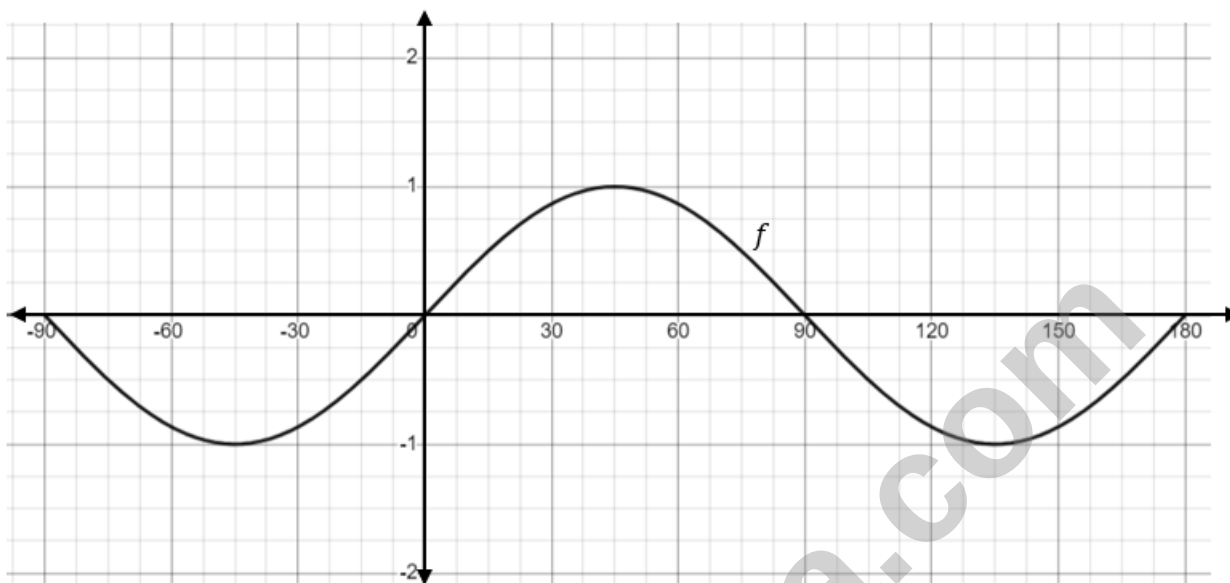
$$2 \sin 2x - \cos^2 x - \sin^2 x + \cos 2x = 4 \cos x - 2 \sin x, \text{ indien } x \in [-360^\circ; 360^\circ] \quad (4)$$

[29]



VRAAG 6

Die onderstaande diagram toon die grafiek van $f(x) = \sin 2x$, waar $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$.



6.1 Skets die grafiek van $g(x) = \cos(x + 30^\circ)$ op dieselfde assentelsel as hierbo vir $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$.

(4)

6.2 Bepaal die x -waarde(s) vir die snydingspunt van f en g , indien $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$.

(4)



6.3 Gebruik jou grafiek en die waarde(s) bereken in 6.1 en bepaal die waarde(s) van x so dat:

6.3.1 $f'(x) = 0$, if $x > 0$ (2)

6.3.2 $\sin x \cos x > \frac{1}{2} \cos(x + 30^\circ)$ (5)

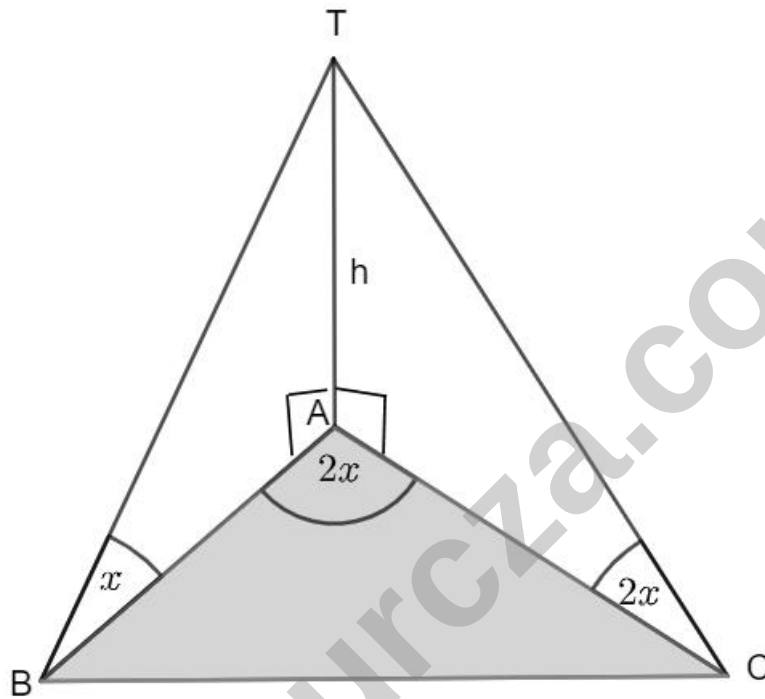
[15]

VRAAG 7

In die diagram is AT 'n vertikale toring.

A, B en C lê in dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek na die bokant van die toring vanaf B is x en die hoogtehoek na die bokant van die toring vanaf C is $2x$.

$\hat{BAC} = 2x$.



7.1 Druk AC en AB uit in terme van x en h .

(3)



7.2 Vervolgens, bewys dat $\text{Oppervlakte } \Delta ABC = \frac{h^2 \cos 2x}{2 \tan x}$ (4)

7.3 Bepaal die oppervlakte van ΔABC indien $h = 12$ en $x = 32^\circ$. (2)

[9]

VRAAG 8

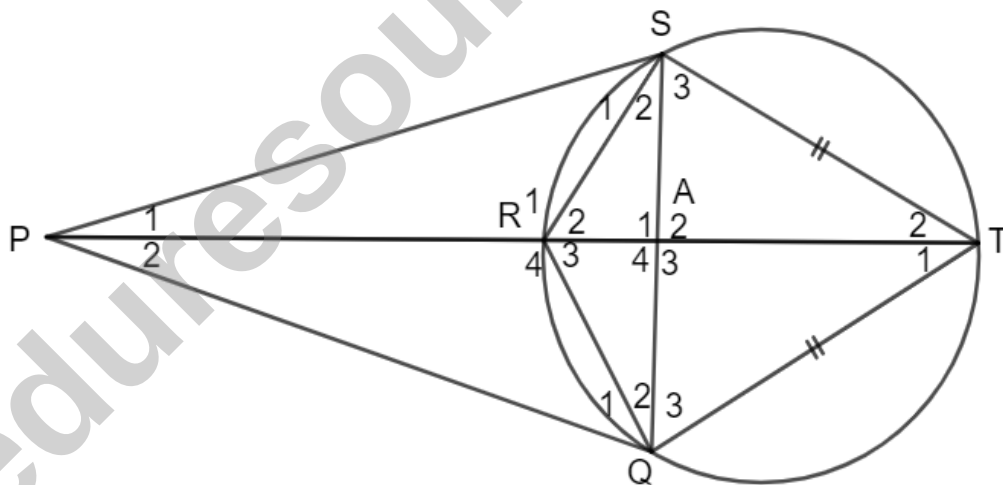
8.1 Voltooi die volgende stelling korrek:

Die hoek tussen 'n raaklyn aan 'n sirkel en 'n koord getrek vanaf die kontakpunt is . . .

(2)

8.2 In die diagram:

- Q, R, S en T lê op die omtrek van die sirkel.
- $ST = QT$
- PS en PQ is raaklyne aan die sirkel by S en Q respektiewelik.
- PRAT is 'n reguitlyn en sny die reguitlyn SQ in A.



8.2.1 Gee 'n rede waarom $\angle PSQ = \angle PQT$.

(2)



8.2.2 Bewys dat $Q\hat{R}S = 2\hat{S}_3$. (3)

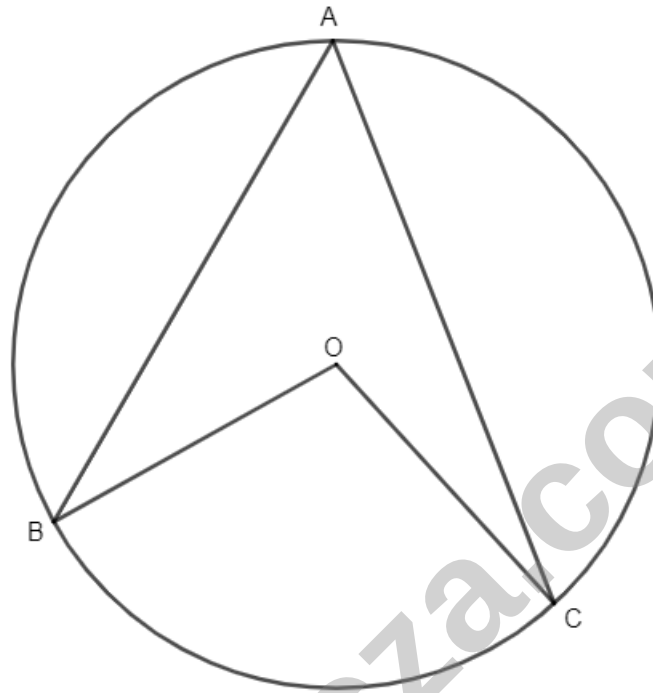
[7]

eduresourcza.com

VRAAG 9

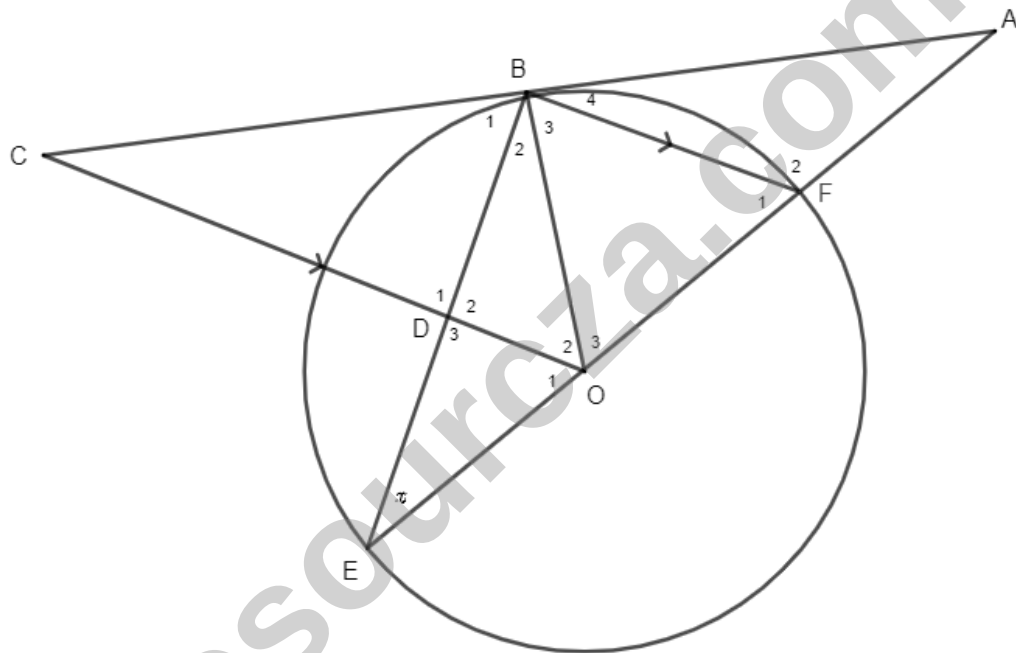
9.1 Gebruik die diagram om te bewys dat $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$.

(5)



9.2 In die diagram:

- O is die middelpunt van die sirkel.
- EF, die middellyn van die sirkel is verlang na A.
- ABC is 'n raaklyn aan die sirkel by B.
- $CO \parallel BF$
- $\hat{E} = x$



9.2.1 Stel, met redes, DRIE ander hoeke gelyk aan x .

(3)



9.2.2 Bepaal, met redes, $\hat{O}_3$ in terme van x .

(2)

9.2.3 Bewys dat D die middelpunt van BE is.

(4)

9.2.4 Bewys dat BOEC 'n koordevierhoek is.

(2)



9.2.5 Bewys dat $\triangle ABF \parallel \triangle AEB$.

(3)

9.2.6 Bewys dat $2ED \cdot AB = AE \cdot BF$.

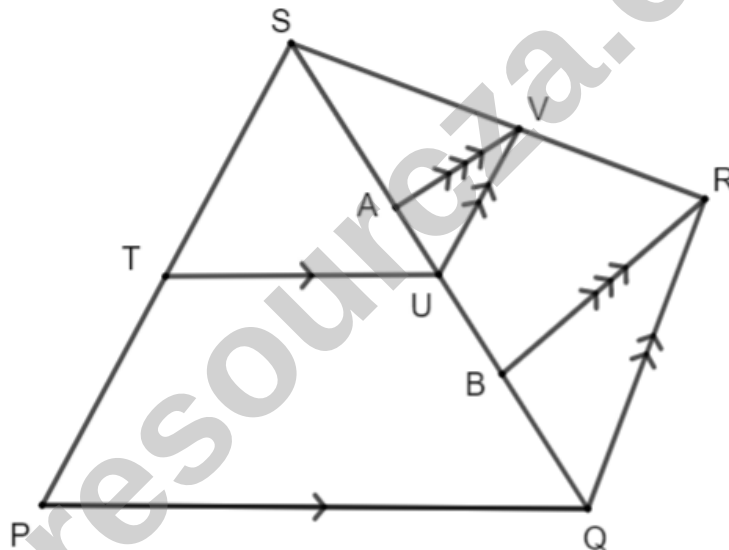
(3)

[22]

VRAAG 10

In die diagram is $\triangle SPQ$ en $\triangle SQR$ gegee:

- T lê op SP en U op SQ met $TU \parallel PQ$.
- V lê op SR met $UV \parallel QR$.
- A en B lê op SQ met $AV \parallel BR$.
- $SP = 14$ eenhede.
- $ST = 8$ eenhede.
- B is die middelpunt van UQ.



10.1 Bepaal, met redes, die verhouding van $SV : VR$.

(4)



10.2 Bepaal, met redes, die verhouding van BR : AV.

(3)

10.3 Toon dat $8UB = 3SU$.

(3)

[10]

GROOT TOTAAL: [150]



INFORMATION SHEET: MATHEMATICS

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$