



eduresourceza.com



INTERNASIONALE SEKONDÊRE SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2023

WISKUNDE: VRAESTEL I

NASIENRIGLYNE

Tyd: 3 uur

150 punte

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en hulpeksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

AFDELING A**VRAAG 1**(a) Los op vir x :

$$(i) \quad \frac{1}{3}x^2 = -2x$$

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x+6) = 0$$

$$x = 0; x = -6$$

$$(ii) \quad 0,4^{x+2} = 5$$

$$x+2 = \log_{0,4} 5$$

$$x = -3,76$$

(b) Toon, met redes, dat daar vir $\log_2(5x+1) - \log_2(x-2) = 2$ geen reële waardes van x is nie.

$$\log_2\left(\frac{5x+1}{x-2}\right) = 2$$

$$\frac{5x+1}{x-2} = 4$$

$$5x+1 = 4x-8$$

$$x \neq -9 \quad \text{Kan nie negatiewe waarde log nie}$$

(c) Los gelyktydig op vir x en y .

$$(x-3)(y+1) = 18$$

$$x-4y = 1$$

$$(1+4y-3)(y+1) = 18$$

$$(4y-2)(y+1) = 18$$

$$(2y-1)(y+1) = 9$$

$$2y^2 + y - 10 = 0$$

$$(2y+5)(y-2) = 0$$

$$y = \frac{5}{2}; y = 2 \quad x = -9; x = 9$$

- (d) Los op: $f(x) = f'(x)$ waar $f(x) = x^2 + 2x$. Gee jou antwoord in wortelvorm.

$$x^2 + 2x = 2x + 2$$

$$x^2 = 2$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{2}$$

- (e) Skryf 'n moontlike definisiegebied van die funksie $f(x) = 9 - (x + 4)^2$ neer sodanig dat die inverse daarvan 'n funksie sal wees.

$$\therefore x \geq -4 \quad \text{of} \quad x \leq -4 \quad \text{ens.}$$

VRAAG 2

- (a) Die eerste term van 'n meetkundige ry is 10 en die som tot oneindig is 30. Bepaal die gemene verhouding.

$$30 = \frac{10}{1-r}$$

$$\therefore 1-r = \frac{10}{30}$$

$$\therefore r = \frac{2}{3}$$

- (b) Die som van die 4^{de} en 8^{ste} term van 'n rekenkundige ry is 36. Die som van die eerste 20 terme is 675. Bepaal die eerste term en gemene verskil.

$$a + 3d + a + 7d = 36$$

$$2a + 10d = 36$$

$$a + 5d = 18$$

$$\frac{20}{2}[2a + 19d] = 675$$

$$4a + 38d = 135$$

$$4(18 - 5d) + 38d = 135$$

$$d = 3,5$$

$$a = 0,5$$

VRAAG 3

- (a) Bepaal $f'(x)$ uit eerste beginsels indien $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 5$.

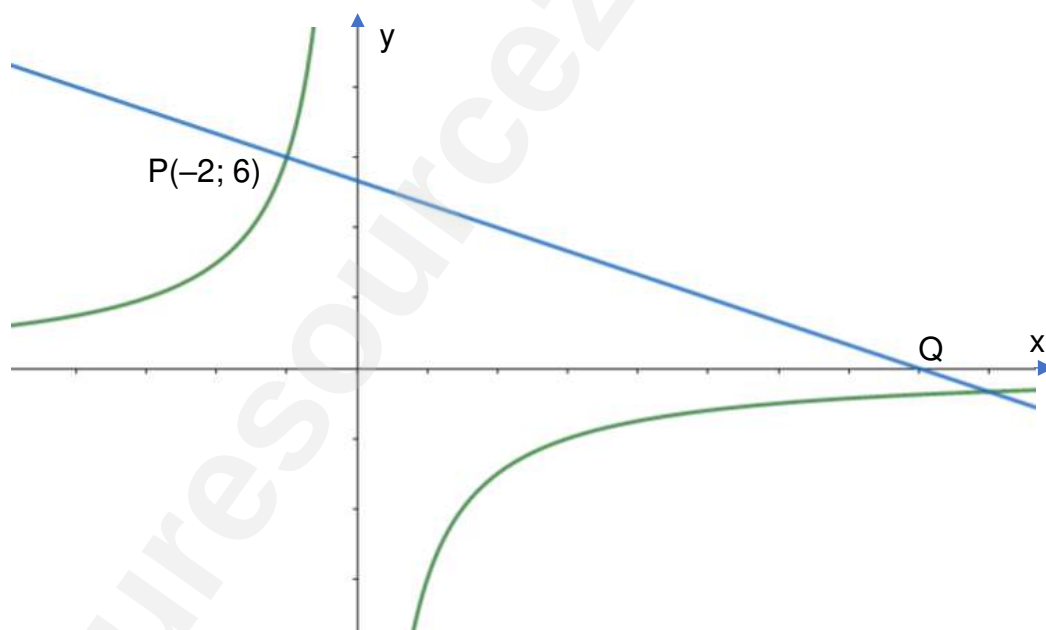
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2}(x+h)^2 - 5 - \frac{3}{2}x^2 + 5}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2}x^2 + 3xh + \frac{3}{2}h^2 - \frac{3}{2}x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 3x + \frac{3}{2}h$$

$$f'(x) = 3x$$

- (b) Die grafiek van $f(x) = \frac{a}{x}$ word hieronder getoon. 'n Ander funksie, g , is loodreg op die raaklyn aan f by die punt $P(-2; 6)$. Die grafiek van g sny die x -as by Q .



- (i) Toon dat $a = -12$.

$$6 = \frac{a}{-2}$$

$$\therefore a = -12$$

- (ii) Bepaal die gradiënt van f by die punt P .

$$f'(x) = 12x^{-2}$$

$$f'(-2) = 3$$

- (iii) Bepaal vervolgens die koördinate van Q.

$$m = -\frac{1}{3}$$

$$y - 6 = -\frac{1}{3}(x + 2)$$

$$0 - 6 = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$-18 = -x - 2$$

$$x = 16 \quad (16; 0)$$

VRAAG 4

- (a) 'n Belegging van
- x
- rand vermeerder binne 5 jaar tot R3 600,77 waar die rentekoers 7% per jaar is, maandeliks saamgestel. Bereken
- x
- tot die naaste rand.

$$3600,77 = x \left(1 + \frac{0,07}{12} \right)^{60}$$

$$x = \text{R}2\,540$$

- (b) Ek begin onmiddellik en belê R5 750 per maand oor 'n tydperk van 8 jaar. Die effektiewe koers is 10% per jaar.

- (i) Bepaal die nominale rentekoers per jaar indien dit maandeliks saamgestel word.

$$0,1 = \left(1 + \frac{r}{12} \right)^{12} - 1$$

$$r = 0,0957$$

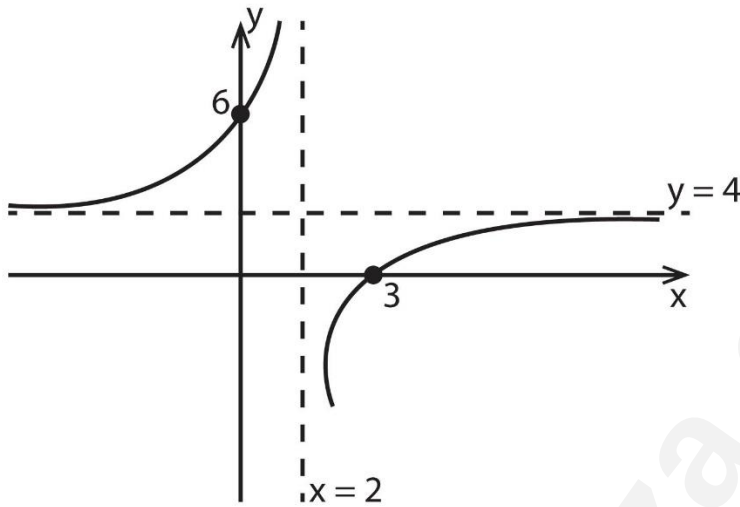
- (ii) Bereken die saldo in die rekening ná 8 jaar.

$$F = \frac{5750 \left[\left(1 + \frac{0,0957}{12} \right)^{96} - 1 \right]}{\frac{0,0957}{12}}$$

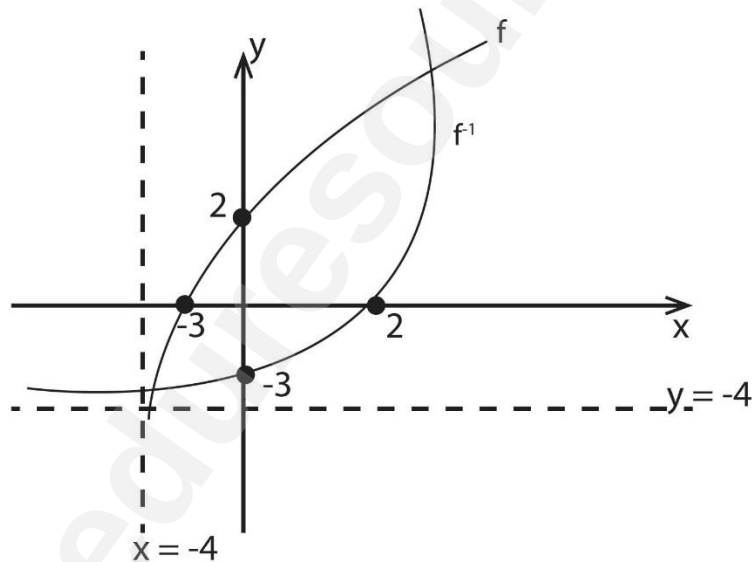
$$= \text{R}836\,945,63$$

VRAAG 5

- (a) Skets die grafiek van $y = 4 - \frac{4}{x-2}$ in die spasie hieronder.

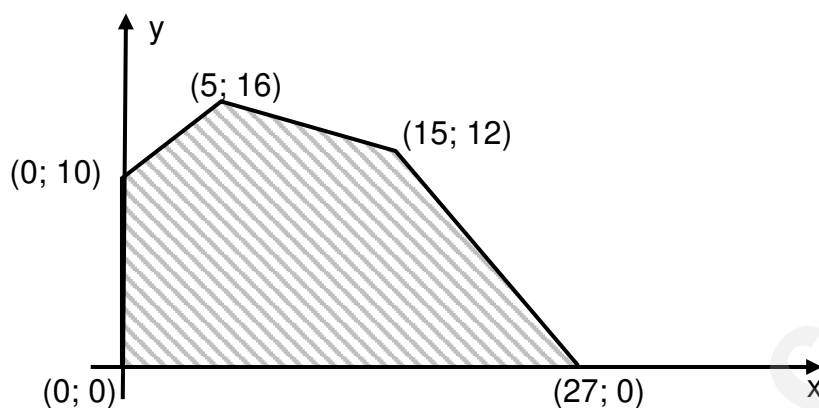


- (b) Skets die grafiek van $f(x) = \log_2(x+4)$ en $f^{-1}(x)$ op dieselfde assestelsel in die spasie hieronder.



VRAAG 6

'n Uitvoerbaarheidsgebied word gedefinieer deur die gearseerde gebied in die diagram hieronder. Die hoekpunte van die gebied is soos in die diagram aangedui.



- (a) Skryf 'n stel ongelykhede neer wat die gebied, R, beskryf.

$$x \geq 0; y \geq 0$$

$$y \leq \frac{6}{5}x + 10$$

$$y \leq \frac{-2}{5}x + 18$$

$$y \leq -x + 27$$

- (b) Maksimaliseer P indien $P = 3x + 5y$.

$$y \leq -\frac{3}{5}x + \frac{P}{5}$$

$$(15; 12)$$

$$P = 3(15) + 5(12) \\ = 105$$

- (c) Vir watter waardes van k sal Q gemaksimaliseer word by $(15; 12)$ indien $Q = kx + y$?

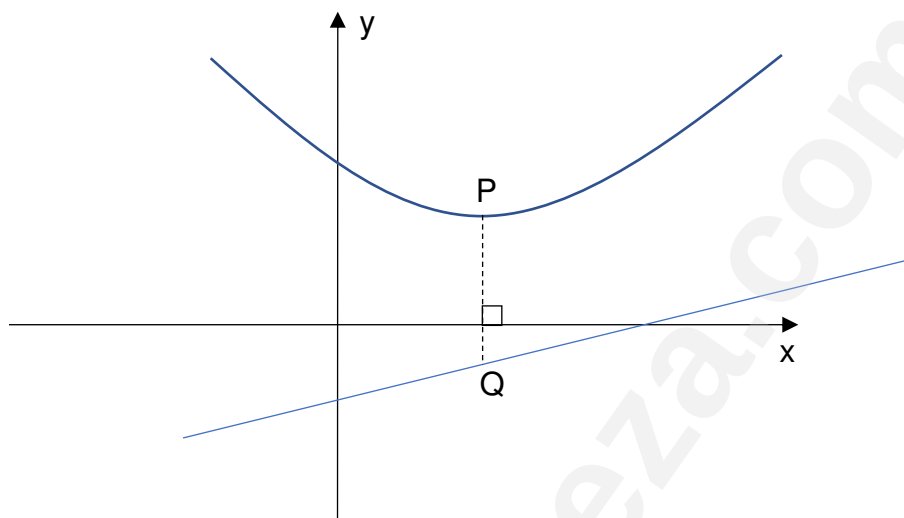
$$y = -kx + Q$$

$$-1 < -k < -\frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} < k < 1$$

AFDELING B**VRAAG 7**

In die diagram hieronder is $f(x) = x^2 - 6x + 11$ en $g(x) = \frac{1}{2}x - 4$. P is die draaipunt van f , terwyl Q op g lê. PQ is loodreg op die x -as.



- (a) Bepaal die lengte PQ indien P die draaipunt van f is.

$$P = (3; 2)$$

$$PQ = 2 - \left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{9}{2}$$

- (b) Bepaal die minimum moontlike lengte van PQ.

$$L(x) = x^2 - 6x + 11 - \frac{1}{2}x + 4$$

$$= x^2 - \frac{13}{2}x + 15$$

$$L'(x) = 2x - \frac{13}{2}$$

$$\therefore x = \frac{13}{4} \quad \therefore L(x) = 4,4375$$

VRAAG 8

Vir watter waarde(s) van k sal die vergelyking $\frac{4}{x+k} = -6 - x$ twee reële, ongelyke wortels hê?

$$4 = (x+k)(-6-x)$$

$$\therefore 4 = -6x - x - 6k - kx$$

$$\therefore x^2 + x(6+k) + (4+6k) = 0$$

$$\therefore (6+k)^2 - 4(1)(4+6k) > 0$$

$$36 + 12k + k^2 - 16 - 24k > 0$$

$$\therefore k^2 - 12k + 20 > 0$$



$$\therefore k < 2 \text{ of } k > 10$$

VRAAG 9

- (a) Die hoeveelheid reënval, per maand (n), in 'n bepaalde jaar volg 'n ry met formule:

$$T_n = an^2 + bn + c \quad 1 \leq n \leq 12$$

Die reënval vir die eerste drie maande word in die tabel hieronder gegee.

Maand	Jan ($n = 1$)	Feb ($n = 2$)	Mrt ($n = 3$)
Reënval (mm)	68	47	32

- (i) Bepaal die waardes van a , b en c onderskeidelik.

$$\begin{array}{ccccccc}
 95 & & 68 & & 47 & & 32 \\
 & -27 & & -21 & & -15 & \\
 & & 6 & & 6 & & \\
 \therefore a = 3 & c = 95 & 3 + b + 95 = 68 & b = -30
 \end{array}$$

- (ii) Bepaal die reënval in Desember ($n = 12$).

$$T_n = 3n^2 - 30n + 95$$

$$T_n = 3(12)^2 - 30(12) + 95$$

$$T_n = 167 \text{ mm}$$

- (iii) In watter maand was die laagste reënval? Toon duidelike berekeninge.

$$T^1 = 6n - 30 = 0$$

$$n = 5$$

- (b) Los op vir p indien $\sum_{k=p}^{4p-1} (2k-1) = 216$.

$$\begin{aligned}
 \text{Getal terme} &= 4p - 1 - p + 1 \\
 &= 3p
 \end{aligned}$$

$$3p[2(2p-1) + (3p-1)(2)] = 216$$

$$3p(5p-2) = 216$$

$$15p^2 - 6p - 216 = 0$$

$$p = 4$$

VRAAG 10

Die funksie $f(x) = \frac{2}{9}x^3 + ax^2 + bx$ het 'n stasionêre punt by (6, 12).

- (a) Bereken a en b .

$$12 = \frac{2}{9} \times 6^3 + 36a + 6b$$

$$12 = 48 + 36a + 6b$$

$$\therefore b = -6a - 6$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^2 + 2ax + b$$

$$0 = 24 + 12a + b$$

$$-6a - 6 = -12a - 24$$

$$\therefore a = -3 \quad \therefore b = 12$$

- (b) Bepaal die x -koördinate van die ander stasionêre punt en die buigpunt onderskeidelik.

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^2 - 6x + 12$$

$$0 = x^2 - 9x + 18$$

$$0 = (x - 3)(x - 6)$$

$$\therefore x = 3$$

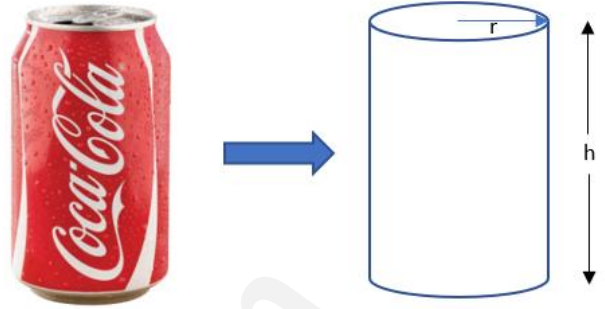
$$f''(x) = \frac{4}{3}x - 6$$

$$x = \frac{9}{2}$$

VRAAG 11

'n Blikkie Coke word gemodelleer as die vorm van 'n silinder met radius r , hoogte h en 'n volume van 340 cm^3 (alhoewel dit in werklikheid nie 'n presiese silinder is nie).

Die koste om die boonste en onderste oppervlak van die blikkie te maak, is 30 sent/cm^2 , terwyl die geboë oppervlak 10 sent/cm^2 kos.



- (a) Verkry 'n uitdrukking vir h in terme van r .

$$340 = \pi r^2 h$$

$$\therefore h = \frac{340}{\pi r^2}$$

- (b) Toon vervolgens dat die buiteoppervlakte van die blikkie gegee word deur die formule:

$$A = 2\pi r^2 + \frac{680}{r}$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \left(\frac{340}{\pi r^2} \right)$$

$$= 2\pi r^2 + \frac{680}{r}$$

- (c) Skryf nou 'n uitdrukking neer vir die koste om 'n blikkie te maak en bepaal vervolgens die radius van die blikkie wat tot 'n minimum koste sal lei.

$$C = 30(2\pi r^2) + 10\left(\frac{680}{r}\right)$$

$$= 60\pi r^2 + \frac{6800}{r}$$

$$C' = 120\pi r + \frac{6800}{r^2}$$

$$r^3 = \frac{6800}{120\pi}$$

$$r = 2,62 \text{ cm}$$

VRAAG 12

'n Lening van R800 000 word oor 'n tydperk van 10 jaar verkry. Rente word gehef teen 10% per jaar, maandeliks saamgestel. Die eerste betaling word een maand na die verkryging van die lening gedoen.

- (a) Bereken die maandelikse betaling.

$$800\,000 = \frac{x \left[1 - \left(1 + \frac{0,1}{12} \right)^{-120} \right]}{\frac{0,1}{12}}$$

$$x = \text{R}10\,572,06$$

- (b) Bepaal die uitstaande saldo ná 5 jaar.

$$\text{Uitstaande saldo} = 800\,000 \left(1 + \frac{0,1}{12} \right)^{60} - \frac{10\,572,06 \left[\left(1 + \frac{0,1}{12} \right)^{60} - 1 \right]}{\frac{0,1}{12}}$$

$$x = \text{R}497\,577,77$$

- (c) Bepaal vervolgens die rente wat in die 61^{ste} maand betaal is.

$$497\,577,77 \times \frac{0,1}{12}$$

$$\text{R}4\,146,48$$

VRAAG 13

- (a) Let daarop dat die res wanneer
- 2^4
- deur 5 gedeel word, 1 is aangesien

$$\frac{16}{5} = 3 \text{ res } 1.$$

Bepaal die res wanneer 2^{2023} deur 5 gedeel word.

$$\left. \begin{array}{l} 2^1 \rightarrow 2 \\ 2^2 \rightarrow 4 \\ 2^3 \rightarrow 3 \\ 2^4 \rightarrow 1 \end{array} \right\} \text{herhaal}$$

$$2^5 \rightarrow 2$$

$$2^6 \rightarrow 4$$

$$\therefore \text{res } 2^{2020} \text{ is } 1$$

$$\therefore \text{res } 2^{2023} \text{ is } 3$$

- (b) Gegee:

$$f(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots \text{ ensovoorts waar } -1 < x < 1$$

$$\text{Bereken } f'\left(\frac{1}{2}\right).$$

$$f'(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{1-x} \text{ indien } -1 < x < 1$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1-x} = 2$$

Totaal: 150 punte