



eduresourceza.com



GRAAD 12-EKSAMEN
NOVEMBER 2017

GEVORDERDEPROGRAM-WISKUNDE: VRAESTEL II
NASIENRIGLYNE

Tyd: 1 uur

100 punte

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en sub-eksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

MODULE 2 STATISTIEK

VRAAG 1

$$1.1 \quad \frac{\binom{5}{3}\binom{7}{2}}{\binom{12}{5}} = 0.2652$$

$$1.2 \quad P(X = 7) = \binom{10}{7}(0.7)^7(0.3)^3 = 0.2668$$

$$1.3 \quad (a) \quad \frac{5!}{2!2!} + 2 \times \frac{5!}{2!3!} = 50$$

$$(b) \quad 5 \times 2 + 2 = 12 \{(\text{CHLHL}) \times 5 + (\text{HLCLH}) \times 2 = 12\}$$

VRAAG 2

$$2.1 \quad (a) \quad 0,3 \times (0,7) + (0,3)(0,7)^2 + (0,3)(0,7)^3 + (0,3)(0,7)^4 + C = 1$$

$$C = 0,4681$$

$$(b) \quad P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5)$$

$$= 0,3(0,7)^4 + 0,4681$$

$$= 0,5401$$

$$2.2 \quad (a) \quad A$$

$$(b) \quad (i) \quad \frac{n}{500} = \frac{0,2278 + 0,2922}{2}$$

$$\therefore n = 130$$

$$(ii) \quad 0,26 + Z\sqrt{\frac{(0,26)(0,74)}{500}} = 0,2922$$

$$Z = 1,64$$

$$\therefore \alpha = 90$$

VRAAG 3

$$3.1 \quad X \sim N(9, 0,1^2)$$

$$\begin{aligned} P(X > 8,9) &= P\left(Z > \frac{8,9-9}{0,1}\right) \\ &= P(Z > -1) \\ &= 0,5 + 0,3413 \\ &= 0,8413 \end{aligned}$$

$$3.2 \quad X \sim B(6, 0,8413)$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - \left[\binom{6}{0}(0,8413)^0(0,1587)^6 + \binom{6}{1}(0,8413)^1(0,1587)^5 \right] \\ &= 0,9995 \end{aligned}$$

$$3.3 \quad P(X < a) = 0,04$$

$$-1,75 = \frac{a-9}{0,1}$$

$$\therefore a = 8,825 \text{ cm}$$

VRAAG 4

$$4.1 \quad (a) \quad 1 + m^2 + (m+1)^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

$$2m^2 + 2m - 12 = 0$$

$$m^2 + m - 6 = 0$$

$$(m+3)(m-2) = 0$$

$$m \neq -3 \text{ of } m = 2$$

$$\frac{5+t-1+4+3+t}{5} = 3$$

$$2t + 11 = 15$$

$$2t = 4$$

$$t = 2$$

$$(b) \quad r = -0,4$$

$$(c) \quad (i) \quad y = 4,2 - 0,4x$$

$$(ii) \quad y = 4,2 - 0,4(6)$$

$$y = 1,8$$

Dit is 'n onbetroubare beraming want die korrelasie is swak.

4.2 $H_0 : \mu = 49,5$

$H_1 : \mu < 49,5$

Verwerpingsgebied:

Verwerp H_0 indien $Z < -1,48$

Toetsstatistiek:

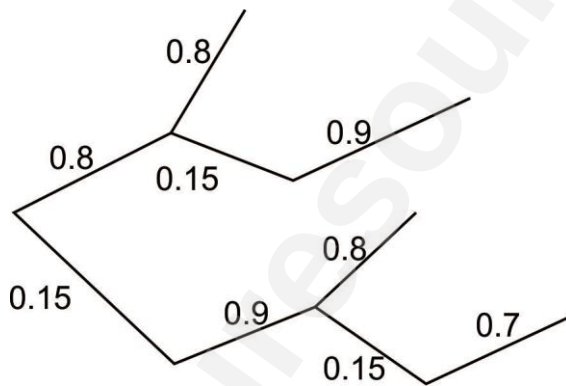
$$Z = \frac{48 - 49,5}{\frac{4,8}{\sqrt{40}}} = -1,98$$

Gevolgtrekking: aangesien $Z < -1,48$, verwerp ons H_0 by die 7%-betekenispeil en stel voldoende bewys voor om die bewering te ondersteun dat Basi se werksure per week aansienlik afgeneem het.

VRAAG 5

5.1 $0,8 + 0,15(0,9) = 0,935$

5.2



$$(0,8)(0,8) + (0,8)(0,15)(0,9) + (0,15)(0,9)(0,8) + (0,15)(0,9)(0,15)(0,7) = 0,8702$$

Totaal vir Module 2: 100 punte

MODULE 3 FINANSIES EN MODELLERING

VRAAG 1

- 1.1 R1 200 000
- 1.2 50
- 1.3 $\pm$ R1 100 000 metode: $2,3 - 1,2 = 1,1$ miljoen
- 1.4 $\pm$ R900 000
- 1.5 (a) Reguitlyngradiënt nie beïnvloed nie
(b) Rente is verhoog
OF
Onttrekking uit lening

VRAAG 2

$$2.1 \quad P \left(1 + \frac{0,0568}{12} \right)^2 = \frac{5154,26 \left[1 - \left(1 + \frac{0,0568}{12} \right)^{-34} \right]}{\frac{0,0568}{12}}$$

$$\mathbf{P = R160\ 000}$$

$$2.2 \quad \text{Uitstaande saldo} = \frac{5154,26 \left[1 - \left(1 + \frac{0,0568}{12} \right)^{-12} \right]}{\frac{0,0568}{12}}$$

$$\mathbf{\text{Uitstaande saldo} = R59\ 989,47}$$

- 2.3 Jude het betaal: $5\ 154,26 \times 12 = 61\ 851,12$
Saldo het afgeneem: $116\ 674,09 - 59\ 989,47 = 56\ 684,62$
Rente betaal: $61\ 851,12 - 56\ 684,62 = \mathbf{R5\ 166,50}$

VRAAG 3

$$3.1 \quad 2\,000\,000 = A(1 + 0,068)^8 \quad \mathbf{A = 1\,181\,571,41}$$

$$3.2 \quad 1\,181\,571,41 = 3\,400\,000(1 - i)^8 \quad \mathbf{i = 12,38\%}$$

$$3.3 \quad \left(1 + \frac{0,0764}{12}\right)^{12} = \left(1 + \frac{i}{2}\right)^2 \quad i = 7,7626\%$$

$$5\,500\,000 + 300\,000 \left(1 + \frac{0,077626}{2}\right)^6 = 5\,877\,003,11$$

$$x \frac{\left[\left(1 + \frac{0,077626}{2}\right)^9 - 1\right] \left(1 + \frac{0,077626}{2}\right)^4}{\frac{0,07626}{2}} = 12,264x$$

$$5\,877\,003,611 = 12,264x \quad \mathbf{x = 479\,200,70}$$

VRAAG 4

$$4.1 \quad \frac{1\,396 - 1\,300}{1\,300} = \mathbf{7,4\%}$$

$$4.2 \quad Q_{n+1} = 1,05 \cdot Q_n - 50, \quad Q_0 = 6\,500$$

$$4.3 \quad \begin{array}{ll} A = 8\,020 & B = 8\,371 \\ C = 8\,739 & D = 9\,126 \\ E = 9\,532 & F = 9\,959 \end{array}$$

$$4.4 \quad 9\,126 / 4 = 2\,281 < 2\,301 \quad \mathbf{\text{gedurende } 8^{\text{ste}} \text{ jaar}}$$

$$4.5 \quad \frac{2\,655 - 2\,472}{2\,472} = 7,4\% \quad \mathbf{\text{konstante eksponensiële groei; dus Malthusies}}$$

VRAAG 5

5.1 (a) $\text{prooi} \approx 526\,000$ $\text{roofdier} \approx 4\,500$

(b) $\pm 4\,180 - 4190$

(c) B

5.2 $S_{n+1} = 4\,000 + 760 - 0,2 \times 4\,000 = \mathbf{3\,960}$

5.3 $2/3 \times 3 \times 8 \times 0,05 = \mathbf{0,8}$

5.4 $533\,300 = 500\,000 + 0,8 (500\,000) \left(1 - \frac{500\,000}{K} \right) - 0,4 (500\,000)$
 $\mathbf{K = 1\,200\,000}$

VRAAG 6

6.1 (a) 8^{ste}

(b) A

6.2
$$\frac{2a+3b}{a+2b} = \frac{a+2b+a+b}{a+2b} = 1 + \frac{a+b}{a+2b} = 1 + \frac{1}{\frac{a+b+b}{a+b}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{b}{a+b}}$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{a+b}{b}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{a}{b}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{a}{b}}}$$

OF

$$\begin{aligned} \frac{2a+4b-b}{a+2b} &= 2 - \frac{b}{a+2b} = 2 - \frac{1}{\frac{a+2b}{b}} \\ &= 2 - \frac{1}{2 + \frac{a}{b}} \\ &= 2 - \frac{1}{2 + \frac{a}{b}} \end{aligned}$$

Totaal vir Module 3: 100 punte

MODULE 4 MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE

VRAAG 1

1.1 (a) 1×1

(b) $(k+3 \quad k+2 \quad 3) \begin{pmatrix} k \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = (k^2 + 3k) + (3k+6) + 3$

OF

$(k \quad 1 \quad 1) \begin{pmatrix} k+3 \\ 3k+2 \\ 7 \end{pmatrix} = (k^2 + 3k) + (3k+2) + 7$

$k^2 + 6k + 9 = 0 \qquad \qquad \qquad k = -3$

1.2 (a) 1

(b) ***pr***

(c) ***27p***

(d) ***pr/q*** (8)

VRAAG 2

2.1 $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -18 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & -16 \end{pmatrix}$

y = -2; z = -7

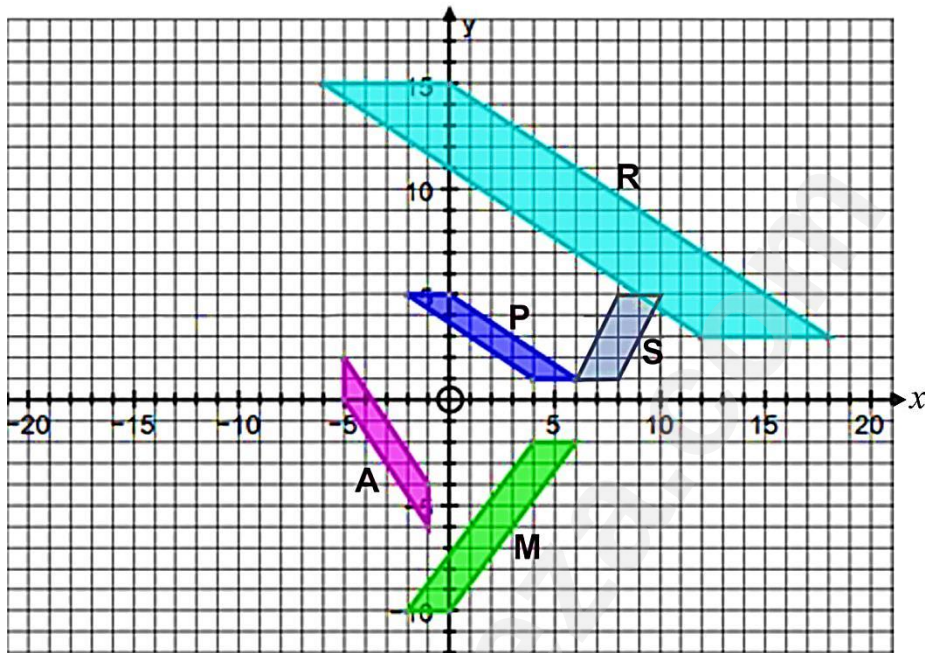
$x - 3(-2) + 6(-7) = 4 \qquad \qquad \qquad \mathbf{x = 40}$

2.2 ***L:*** ***0x + 0y + 0z ≠ 1*** (vergelyking is 'n strydigheid)

2.3 ***D:*** ***0x + 0y + 0z = 0***

VRAAG 3

3.1



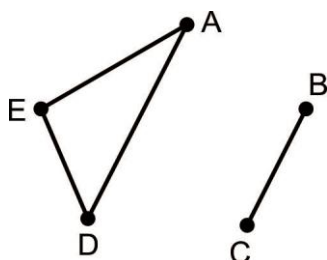
- (a) Refleksie; rigting $y = -x$; koördinate
- (b) Vergroting; skaal $k = 3$; koördinate
- (c) Strekking; invariante lyn $y = 0$; skaal $k = 2$; koördinate
- (d) Skuiwing, invariante lyn $y = 0$; skaal $k = 2$, koördinate

3.2
$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5,55 + 10 \\ 5,15 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,45 \\ 4,15 \end{pmatrix}$$

$6 \cos \theta - \sin \theta = 4,45$	EN	$\cos \theta + 6 \sin \theta = 4,15$
$\cos \theta = 0,83378378...$	OF	$\sin \theta = 0,55270270...$
$\theta = 33,5^\circ$		$\theta = 33,6^\circ$

VRAAG 4

- 4.1 6 skakels
- 4.2 Nie simmetries nie
- 4.3 Alle nodusse het lus na hulself
- 4.4

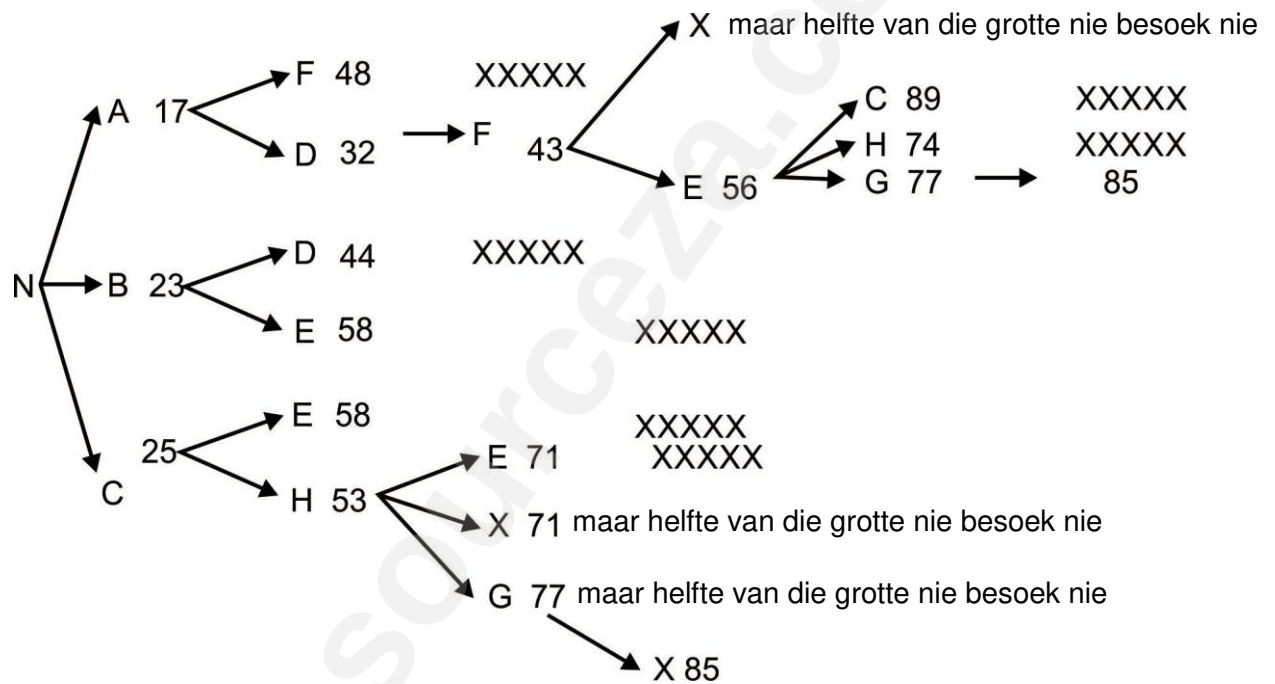


Vyf nodusse, vier skakels
korrekte skakels, niesamehangend

VRAAG 5

5.1	NA	17	
	AD	15	
	DF	11	
	DB	21	
	FX	24	
	XG	8	
	XH	18	
	NC	25	
	EF	13	
	EH	18	= 170 min

5.2



∴ N A D F E G X = 85 min

OF

	A	B	C	D	E	F	G	H	X	
N	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅							
A	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	•	A ₄₈				
B	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	B ₄₄	B ₅₈	A ₄₈				
C	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	C ₅₈	A ₄₈	•	C ₅₃	•	
D	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	B/C ₅₈	D ₄₃	•	C ₅₃	•	
F	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	F ₅₆	D ₄₃	•	C ₅₃	F ₆₇	Maar helfte van grotte nie besoek nie
H	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	H ₇₁	D ₄₃	H ₇₇	C ₅₃	H ₇₁	Maar helfte van grotte nie besoek nie
E	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	F ₅₆	D ₄₃	E ₇₇	C ₅₃	H ₇₁	
G	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	F ₅₆	D ₄₃	H/E ₇₇	C ₅₃	G ₈₅	
G	N ₁₇	N ₂₃	N ₂₅	A ₃₂	F ₅₆	D ₄₃	H ₇₇	C ₅₃	G ₈₅	Maar helfte van grotte nie besoek nie
∴ N	A D	F	F	G	x					= 85 min

VRAAG 6

6.1 (a) $n - 1$

(b) $n(n - 1)$

6.2 (a) $\left. \begin{array}{ll} A B D C A & A C D B A \\ A C B D A & A D B C A \end{array} \right\}$

(b) $(n - 1)!$

Totaal vir Module 4: 100 punte

Totaal: 100 punte